Électronique Numérique

Chapitre 4

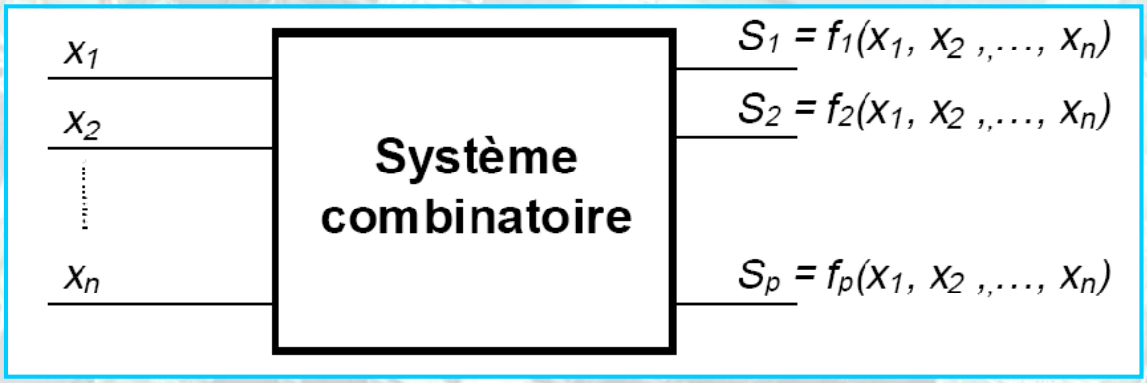
Système Combinatoire

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Combinatoire : définition

On appelle ***système combinatoire*** tout système numérique dont les sorties sont exclusivement définies à partir des variables d'entrée. Tous changements dans les signaux appliqués aux entrées se propage immédiatement à travers les portes jusqu'à ce que leurs effets apparaissent aux sorties.



perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Niveau Logique en électronique

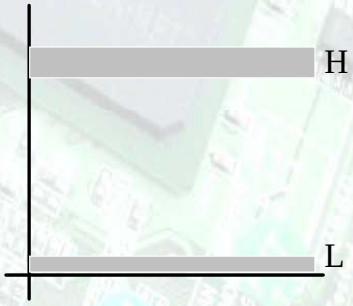
0/**1** sont représentées par des tensions, courants, fréquences etc.
Classiquement, on utilise des **TENSIONS**.

0 / 1 correspondent à deux niveaux :
Niveau haut = H (le plus positif)
Niveau bas = L (le plus négatif)

Plusieurs possibilités pour représenter l'information

Association d'une information binaire à un niveau :

Logique positive: →	signal actif	H(1)
	signal inactif	L(0)
Logique négative: →	Signal actif	H(0)
	signal inactif	L(1)



La logique positive est plus « intuitives », mais la logique négative est souvent utilisé car, dans certain cas, elle permet d'optimiser la vitesse ou la consommation d'un circuit (exemple les « Strobes » et les « chip select »)

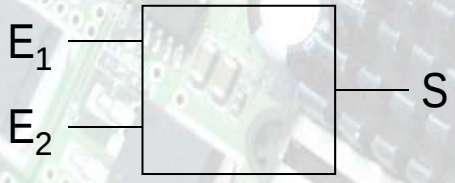
perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Table de vérité

La fonction logique réalisée par un circuit dépend de la convention utilisée.

Porte ET



E_1 \ E_2	0	1
0	0	0
1	0	1

S

Table logique

E_1	E_2	S

Table de vérité

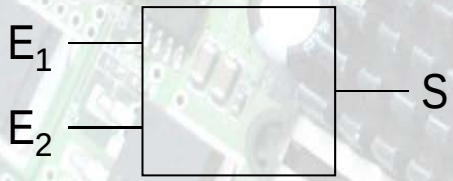
perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Table de vérité

La fonction logique réalisée par un circuit dépend de la convention utilisée.

Porte OU



E_1 \ E_2	1	0
1	1	1
0	1	0

S

Table logique

E_1	E_2	S

Table de vérité

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

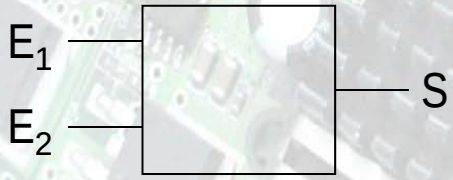
LINEL
Electronique Numérique

Système combinatoire

Table de vérité

La fonction logique réalisée par un circuit dépend de la convention utilisée.

Porte NOR



E_1 \ E_2	1	0
1	0	0
0	0	1

S

Table logique

E_1	E_2	S

Table de vérité

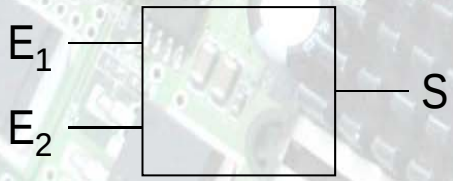
perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Table de vérité

La fonction logique réalisée par un circuit dépend de la convention utilisée.

Porte NAND



E_1 \ E_2	0	1
0	1	1
1	1	0

S

Table logique

E_1	E_2	S

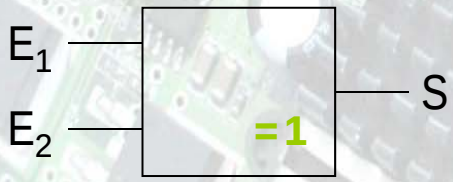
Table de vérité

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Table de vérité

Donner la Table logique et la Table de vérité d'une Porte OU EXCLUSIF ?
Donner l'équation de la sortie S ?



E_1 \ E_2	0	1
0		
1		

S

Table logique

E_1	E_2	S

Table de vérité

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Propriétés (1) de ET,OU,NON

- **Commutativité**
  - $a+b = b+a$
  - $a.b = b.a$
- **Associativité**
  - $a+(b+c) = (a+b)+c$
  - $a.(b.c) = (a.b).c$
- **Distributivité**
  - $a.(b+c) = a.b+a.c$
  - $a+(b.c) = (a+b).(a+c)$
- **Idempotence**
  - $a+\overline{a} = a$
  - $a.\overline{a} = a$
- **Absorption**
  - $a+a.b = a$
  - $a.(a+b) = a$
- **Involution**
  - $\overline{\overline{a}} = a$

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

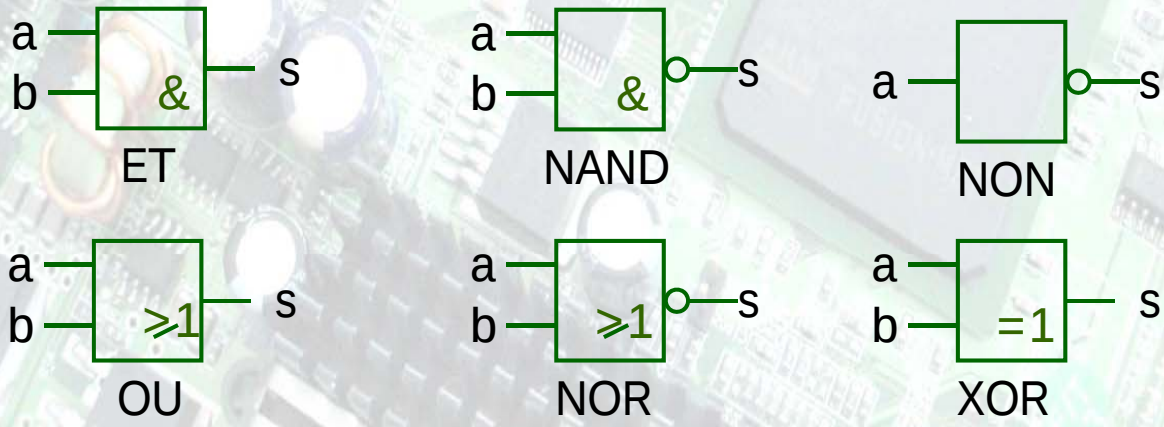
Propriétés (2) de ET,OU,NON

- **Elément neutre**
  - $a+0 = a$
  - $a.1 = a$
- **Elément absorbant**
  - $a+1 = 1$
  - $a.0 = 0$
- **Inverse**
  - $a+\overline{a} = 1$
  - $a.\overline{a} = 0$
- **Théorème de DE Morgan**
  - $\overline{a+b} = \overline{a} . \overline{B}$
  - $\overline{a.b} = \overline{a} + \overline{b}$
- **Théorème du Consensus**
  - $a.x+b.\overline{x}+a.b = a.x+b.\overline{x}$
  - $(a+x)(b+\overline{x})(a+b)=(a+x)(b+\overline{x})$

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Représentation graphique : *Norme française*

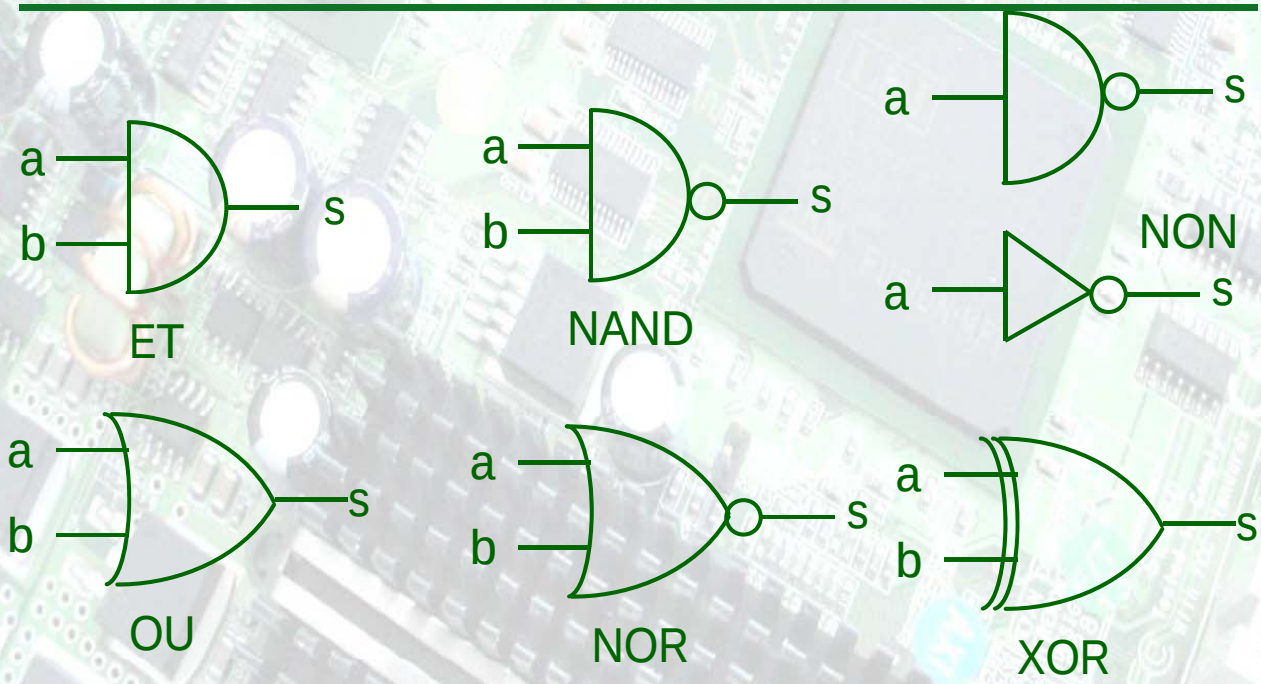


Nb : La représentation française est utilisée en symboles logiques
Norme ANSI/IEEE Std: 91-1984 : Standard Graphic Symbols for Logic Functions

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Représentation graphique : *Norme américaine*



Nb : La norme américaine est la norme utilisée dans les « datasheets » pour dessiner les diagrammes (schémas) logiques.

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Réalisation des fonctions logiques

Problème
(cahier des charges) → Fonctions logiques

↓

Fonctions logiques simplifiées

coût / vitesse / encombrement / fiabilité ?

Attention : critères pas toujours compatibles ←

↓

Réalisation Technologique

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Composants combinatoires

- Portes intégrés et inverseurs (Gates)
- Portes cascadables (Expanders)
- Multiplexeur / demultiplexeur
- Codeurs / Decodeurs
- Transcodeurs
- Comparateurs / Detection d'erreurs
- Circuits arithmétiques (add, ALU, mult)

- Mémoires
- Composants programmables (PLD)

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Portes intégrées

Porte de base la plus fabriquée : NAND

		TTL	CMOS
CI =	4 NAND à 2 entrées	7400	4011
	3 « 3 «	7410	4023
	2 « 4 «	7420	4012
	1 « 8 «	7430	4068

Remarque : 4 NAND à 2 entrées

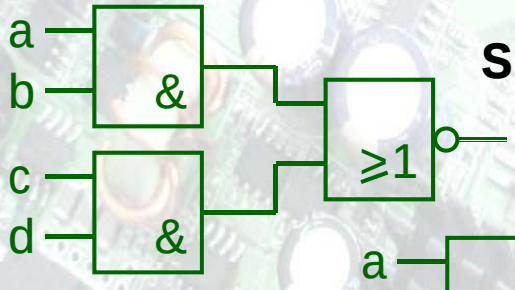
2*4 entrées + 1*4 sorties + Vcc + Gnd
= 14 pattes

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

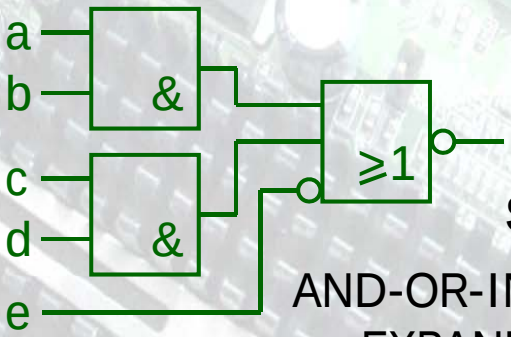
Expander (historique)

Les premières portes complexes intégrées :
AND-OR-INVERT



S=?

Donner les équations de sorties en fonction de a, b, c, d et de e ?



S=?

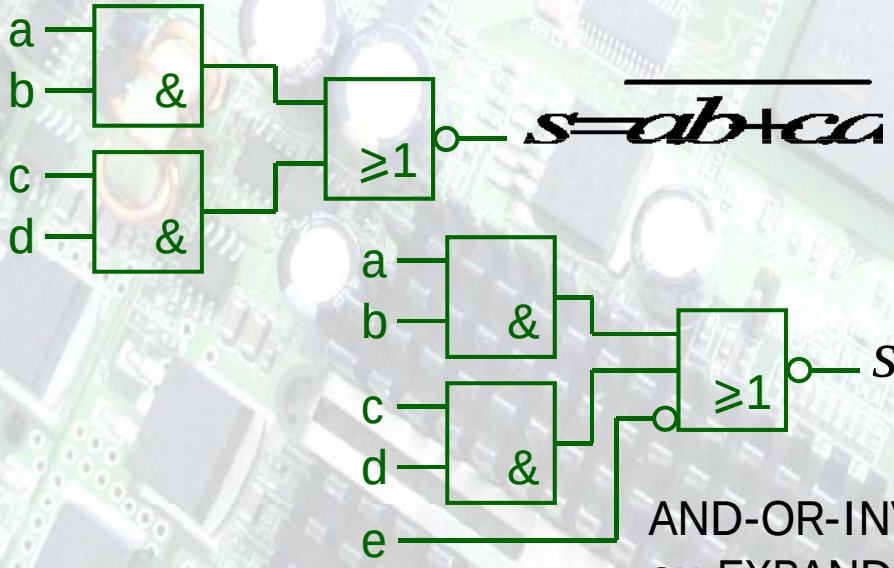
AND-OR-INVERT expandable
ou EXPANDER

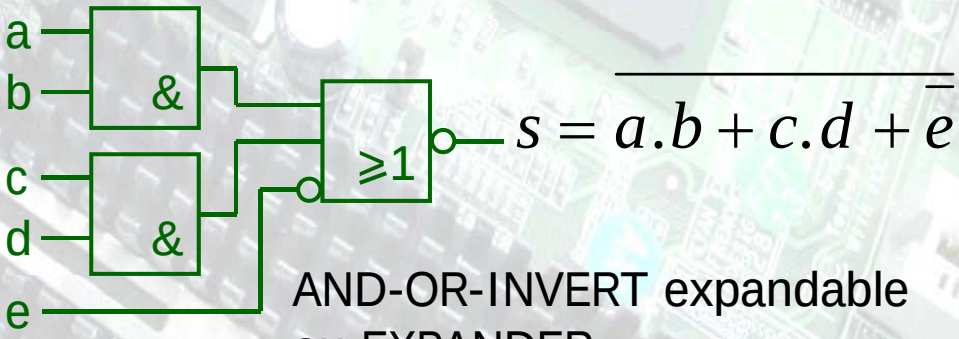
perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Expander (historique)

Les premières portes complexes intégrées :
AND-OR-INVERT (exemple AOI 2-2-1)



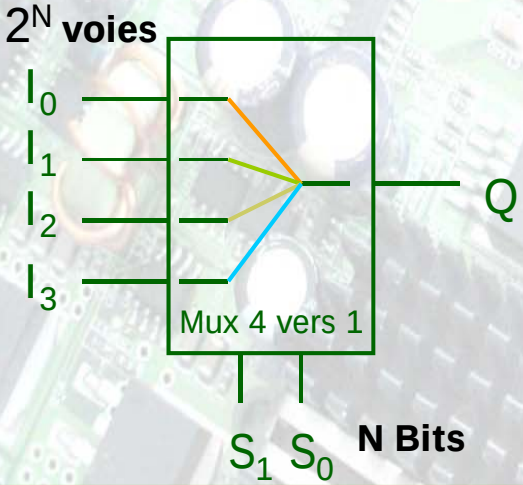


AND-OR-INVERT expandable
ou EXPANDER

Système combinatoire

Multiplexeur (1/2)

Sélection d'une voie parmi 2^N par N bits de commande



Si $(S_1S_0)_2$ = 0 alors Q = I_0

$$Q = \overline{S_0}.\overline{S_1}.I_O$$

Si $(S_1S_0)_2$ = 1 alors Q = I_1

$$Q = S_0.\overline{S_1}.I_1$$

...

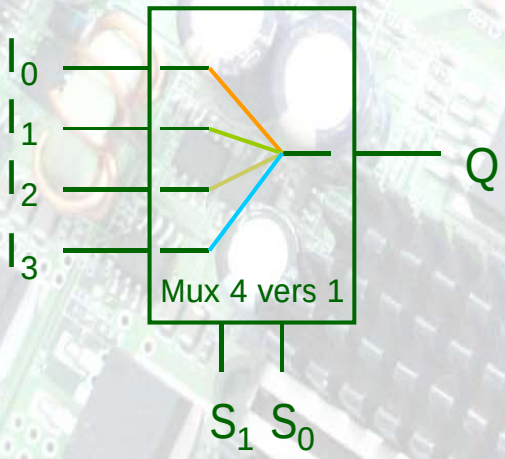
...

Donner l'équation de Q en fonction de S_1, S_0, I_i ?
Réaliser le logigramme de Q à l'aide de portes NONs, Ets, OUs ?

Système combinatoire

Multiplexeur (2/2)

Sélection d'une voie parmi 2^N par N bits de commande



Si $(S_1S_0)_2 = 0$ alors $Q = I_0$

$$Q = \overline{S_0}.\overline{S_1}.I_O$$

Si $(S_1S_0)_2 = 1$ alors $Q = I_1$

$$Q = S_0.\overline{S_1}.I_1$$

...

...

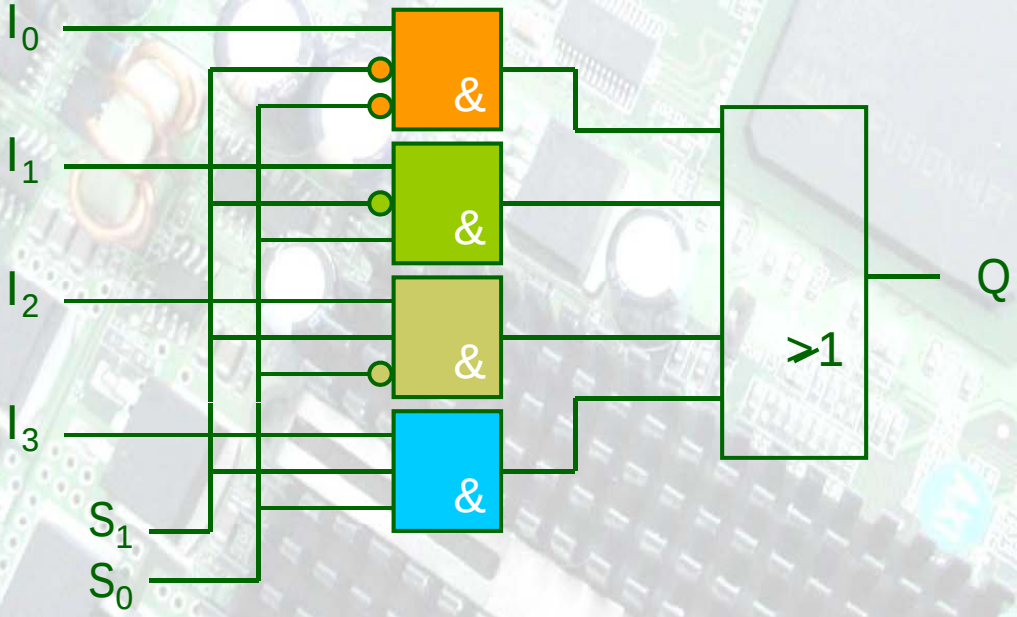
$$Q = \overline{S_1}.\overline{S_0}.I_0 + \overline{S_1}.S_0.I_1 + S_1.\overline{S_0}.I_2 + S_1.S_0.I_3$$

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Multiplexeur (constitution) (2/2)

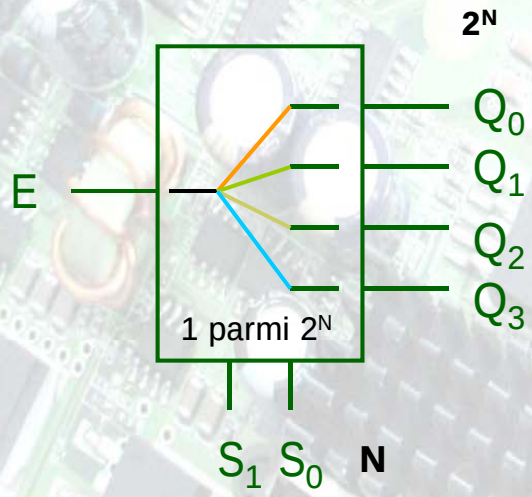
$$Q = \overline{S_1}.\overline{S_0}.I_0 + \overline{S_1}.S_0.I_1 + S_1.\overline{S_0}.I_2 + S_0.S_1.I_3$$



perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Démultiplexeur : 1 parmi 2^n



$Q_0 = E$ si $(S_1S_0)_2=0$
$\overline{E}$ sinon

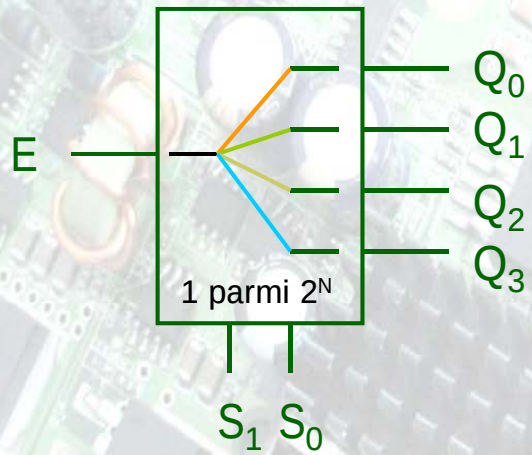
$Q_1 = E$ si $(S_1S_0)_2=1$
$\overline{E}$ sinon

Remarque : E peut ne pas être «disponible»
Sortie sélectionnée = 1 les autres 0 ou
Sortie sélectionnée = 0 les autres 1

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Démultiplexeur : 1 parmi 2^n



Donner l'équation de Q0?

Donner l'équation de Q1?

Q2?

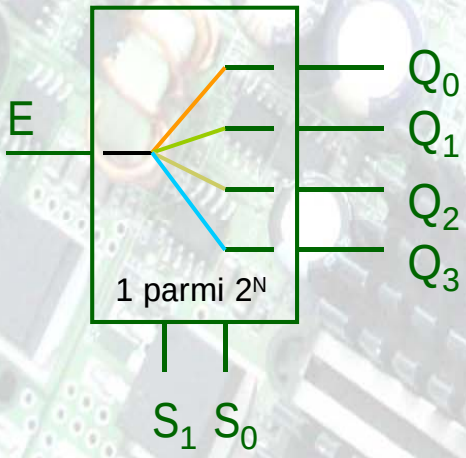
Q3?

Réaliser les logigrammes de Q0, Q1, Q2, Q3 ?

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Démultiplexeur : 1 parmi 2^n



E=1

$$Q_0 = E.\overline{S_1}.\overline{S_0} + \overline{E}.\overline{\overline{S_1}.\overline{S_0}}$$
$$= E.\overline{S_1}.\overline{S_0} + \overline{E}.(S_1 + S_0)$$

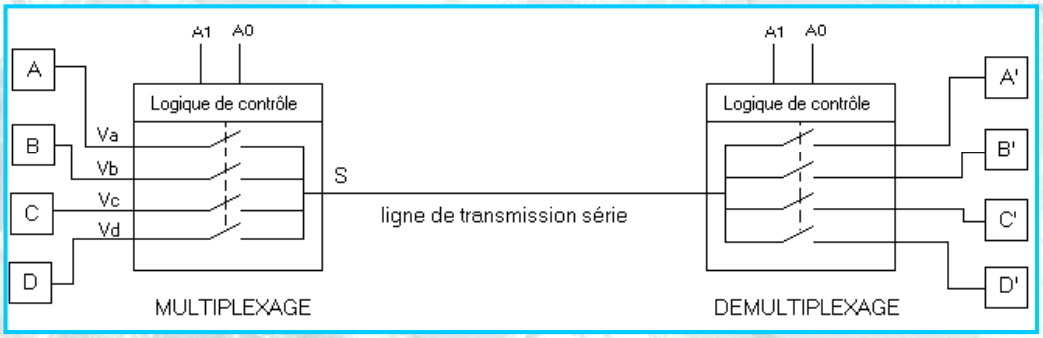
$$Q_0 = \overline{S_1}.\overline{S_0}$$

$$Q_1 = E.\overline{S_1}.S_0 + \overline{E}.\overline{\overline{S_1}.S_0}$$
$$= E.\overline{S_1}.S_0 + \overline{E}.(S_1 + \overline{S_0})$$

$$Q_1 = \overline{S_1}.S_0$$

Système combinatoire

Ex : Multiplexage / Démultiplexage



Avec n lignes d'adresses, il est possible de multiplexer/démultiplexer 2^n infos.
Le multiplexage/démultiplexage est dit "analogique" lorsqu'il est possible de faire transiter des tensions variables (et pas simplement un signal binaire).

Exercice : réalisation de la logique de contrôle :

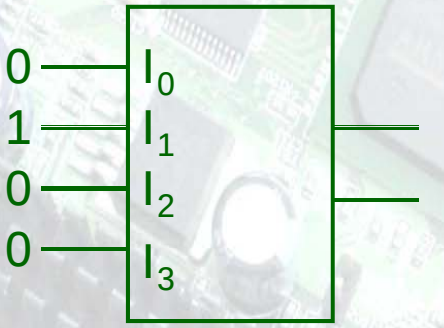
Donner la table de vérité des interrupteurs T0, T1, T2, T3 .
Donner les équations de T0, T1, T2 et T3 en fonction de A0 et A1.
Donner le schéma logique correspondant (c'est la logique de contrôle du schéma fonctionnel ci-dessus).
Donner l'équation de S en fonction de A0, A1, Va,Vb, Vc et Vd .

Système combinatoire

Codeur (ou Encodeur)

Faire correspondre un mot code à un symbole

1 entrée parmi N



Le code de l'entrée

1

0

Exemple : Clavier / Scan code
Caractère / Code ASCII

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Décodeur

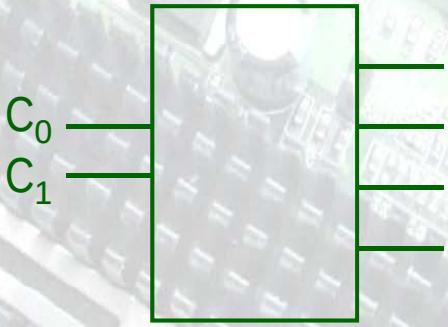
Remarque : Multiplexeur ⟷ Démultiplexeur

Codeur ⟷ Décodeur

Décodeur = Démultiplexeur (à E fixe)

Exemple

0
1



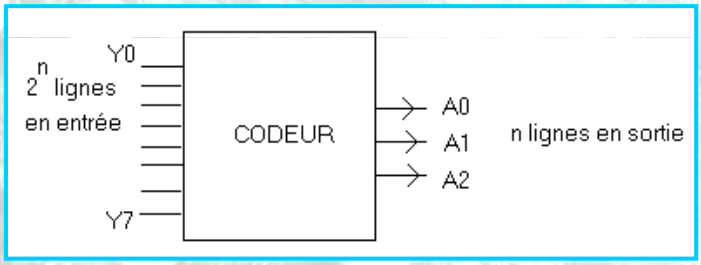
0
0
1
0

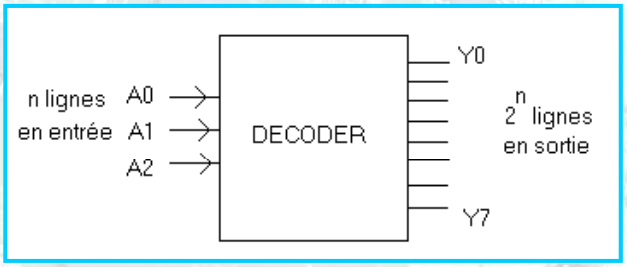
Exemple : adresses pixel / position effective pixel

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Ex : Codeur / Décodeur





Exercice : réalisation de la logique de contrôle d'un Codeur/Décodeur:

Donner les tables de vérités du Codeur et du Décodeur.

Pour le CODEUR : Donner les 3 équations de A2,A1,A0 en fonction de Y0,Y1 … Y7.
Pour le DECODEUR : Donner les 8 équations de Y0, Y1, Y2 … Y7 en fonction des entrées A2,A1,A0.

Donner les schémas correspondant en utilisant des portes logiques.

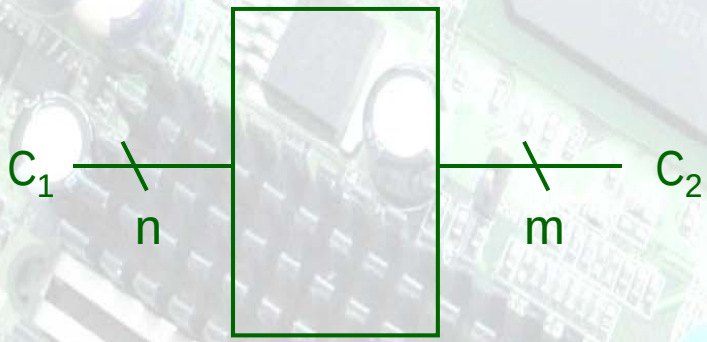
perisse@cict.fr
UPS Toulouse

LINEL
Electronique Numérique

Système combinatoire

Transcodeur

Passage d'un code quelconque C_1 à un autre code C_2

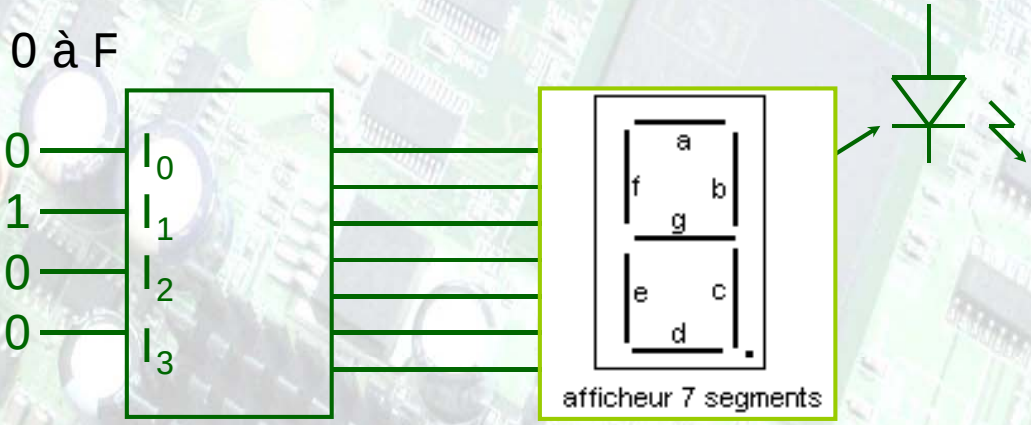


perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Ex : Transcodeur BCD/7 Segments

Code BCD 0 à F



Donner les équations de sorties des 7 segments (a, b, c, d, e, f, g) en fonction des entrées I_i avec i = 0, 1, 2, 3. (sachant que l'afficheur est à cathode commune).

LINEL
Electronique Numérique

Système combinatoire

Ex : Transcodeur BCD/7 Segments

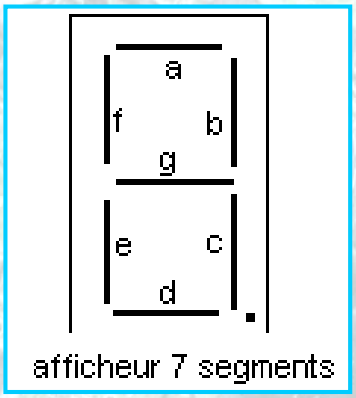


Schéma interne d'un afficheur à anode commune

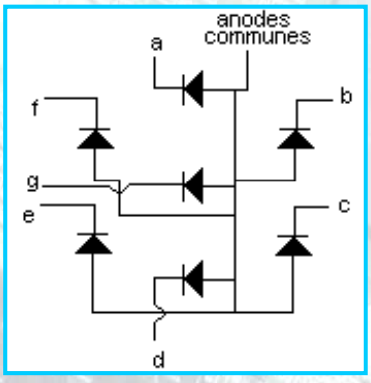
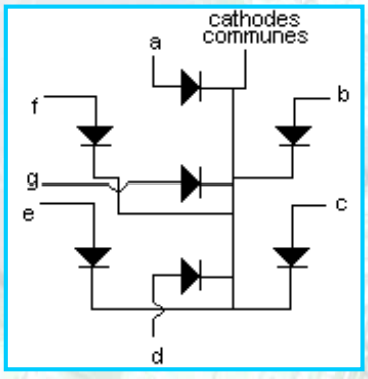


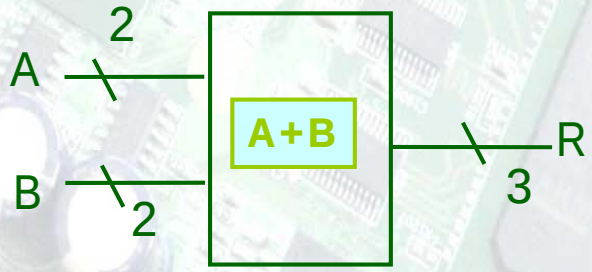
Schéma interne d'un afficheur à cathode commune



Donner les équations de sorties des 7 segments (a, b, c, d, e, f, g) en fonction des entrées I_i avec i = 0, 1, 2, 3. (sachant que l'afficheur est à cathode commune).

Système combinatoire

Ex : Additionneur binaire (2 mots x 2 bits)



Soit deux nombres binaires sur 2 bits A et B, on veut effectuer R = A+B (arithmétique). R est sur 3 bits, (R_2 étant la retenue).

- Donner la table de vérité de Ri = Fi (A1,A0,B1,B0).
- Donner les formes canoniques de Fi.
→ Première forme : produit de sommes.
→ Deuxième forme : somme de produit.
- Simplifier les équations.
→ Premièrement de manière algébrique.
→ Deuxièmement par tableau de Karnaugh.
- Proposer des schémas à base de portes OU, ET,NON.

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

LINEL
Electronique Numérique

Système combinatoire

Ex : Additionneur binaire (2 mots x 2 bits)

Table de vérité

A1	A0	B1	B0	R2	R1	R0
0	0	0	0			
0	0	0	1			
0	0	1	0			
0	0	1	1			
0	1	0	0			
0	1	0	1			
0	1	1	0			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	0	1			
1	0	1	0			
1	0	1	1			
1	1	0	0			
1	1	0	1			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Ex : Additionneur binaire (2 mots x 2 bits)

A1	A0	B1	B0	R2	R1	R0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Ex : Additionneur binaire (2 mots x 2 bits)

Donner les formes canoniques de Fi

Première forme canonique : *somme de produits.*

$$\rightarrow R_2 = (\overline{A}_1.A_0.B_1.B_0) + (.....) + ...$$
$$R_1 = ...$$
$$R_0 = ...$$

Deuxième forme canonique : *produit de sommes.*

$$\overline{R}_2 = (\overline{A}_1.\overline{A}_0.\overline{B}_1.\overline{B}_0) + (...) + ...$$
$$\rightarrow R_2 = \overline{\overline{R}}_2 = (\overline{A}_1 + \overline{A}_0 + \overline{B}_1 + \overline{B}_0).(.+.+...)...$$
$$R_1 = ...$$
$$R_0 = ...$$

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Ex : Additionneur binaire (2 mots x 2 bits)

Simplifier les équations

Simplification algébrique à l'aide de théorèmes.

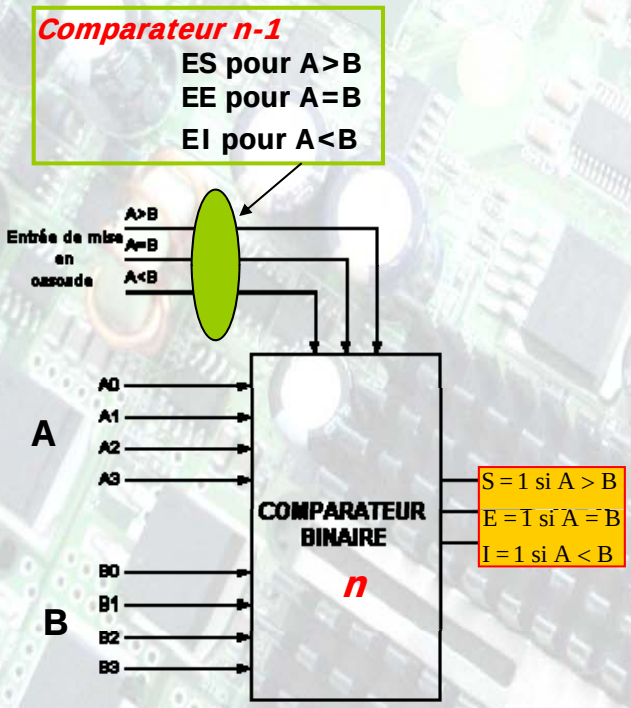
Simplification graphique par tableau de Karnaugh.

Proposer le logigramme de l'additionneur

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Comparateur binaire (2 mots x 4 bits)



Fonctionnement du comparateur :

Si A est strictement supérieur à B, alors la sortie S « A>B » passe à 1 (et les deux autres sont mises à zéro)
Si A égal B, alors la sortie E « A=B » est mise à 1. De même si A inférieur strict à B, la sortie I « A<B » est mise à 1.

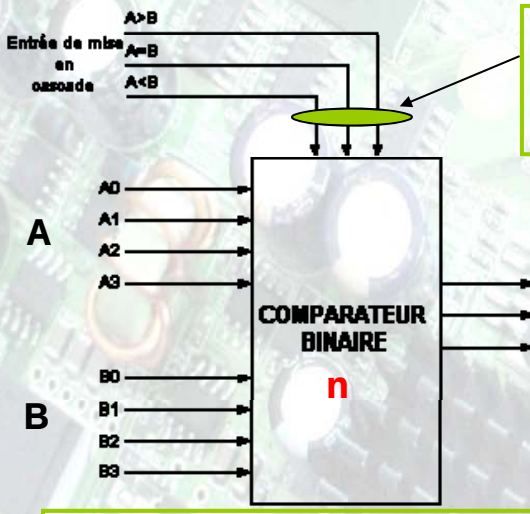
La comparaison se fait bit à bit, les bits de poids forts sont prioritaires pour l'affectation des sorties. Ainsi, si A3>B3 , quelque soit A2,A1,A0 et B2,B1,B0 , on aura la sortie « A>B » à 1 et les autres sorties à 0.

Remarque :
Les entrées de mise en cascade ES, EE, IS sont prévues pour permettre la comparaison des nombres ayant plus de 4 bits. Ces entrées sont ignorées tant que les nombres ne sont pas égaux, si les 2 nombres sont égaux, la sortie dépend alors des valeurs des entrées de mise en cascade.

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

TD : Comparateur binaire (2 mots x 4 bits)



Comparateur n-1

ES=1 pour A>B
EE=1 pour A=B
EI=1 pour A<B

S=1 A>B
E=1 A=B
I=1 A<B

Réalisation de la logique d'un Comparateur binaire:

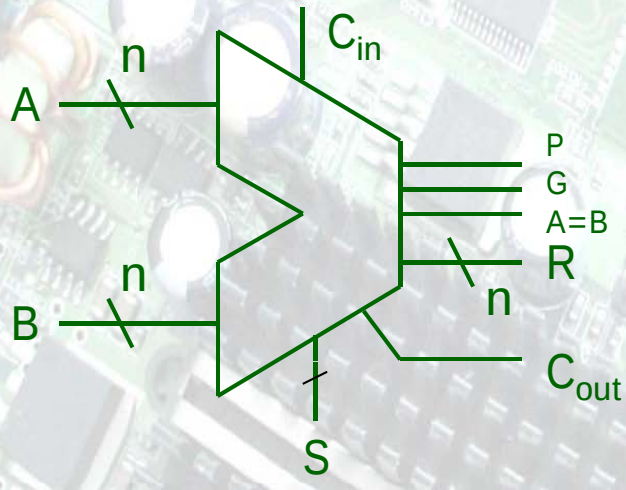
Donner la table de vérité du Comparateur binaire ci-dessus.
Donner les 3 équations de S, E, I en fonction des entrées.
Donner les schémas correspondant en utilisant des portes logiques.
Donner le câblage d'un comparateur binaire (2x8bits) à l'aide de 2 comparateurs (2x4 bits).

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

ALU : Unité Arithmétique et Logique

Déf : Ensemble de circuits capables d'effectuer toutes les opérations logiques et arithmétiques sur deux nombres de n digits.



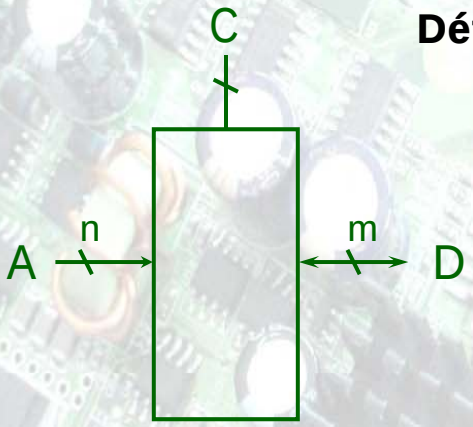
Exemples :

R = A + B
R = A - B
…
R = A ou B
R = A nand B
…
Décalage de A.
Test sur 1 ou plusieurs bits de A.
…

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

Mémoires



2^n mots de m bits

Déf : Stockage et conservation de données

A : Bus d'adresses sur n Bits(n fils) unidirectionnel

D : Bus de données (donnée sur m Bit) bidirectionnel

C : Bus de contrôle

ex : lecture/écriture

R/$\overline{W}$=1 → lecture

R/$\overline{W}$=0 → écriture

entrée de sélection du circuit

CS

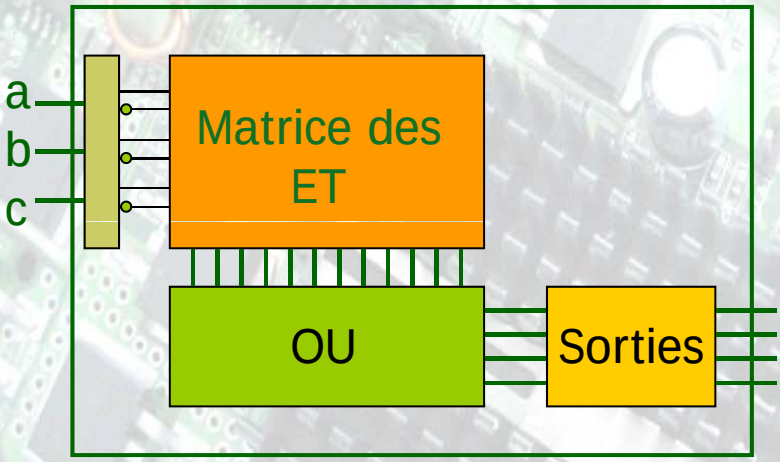
Pour des mémoires d'une capacité de : 1 ko, 2 ko, 64 ko.
Donner le nombre de cases mémoires adressables ?
Donner le nombre de fils nécessaires pour l'adressage ?

perisse@cict.fr
UPS Toulouse

Système combinatoire

PLD (Composants programmables)

Composant acheté sous forme générique et spécialisé par l'utilisateur.



Actuellement (en 2005) :

maxi 1 Mega portes
qq ns de tps de calcul
qq Mbits de RAM
#1200 IO

perisse@cict.fr
UPS Toulouse